

# MATEMATYKA

---

Próbny egzamin ósmoklasisty  
Przygotowanie do egzaminu  
zewnętrznego z matematyki  
dla klasy 8

Luty 2019

---

## Zasady oceniania zadań



## Kartoteka testu

Numer zadania	Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe	Maksymalna liczba punktów
1	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. IV–VI] I.5) Uczeń liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim	1
2	I. Sprawność rachunkowa	[kl. IV–VI] II.16) Uczeń rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze [kl. VII–VIII] XII.1) Uczeń wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania	1
3	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	[kl. IV–VI] XI.1) Uczeń oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków XI.2) Uczeń oblicza pola: trójkąta, kwadratu, prostokąta, rombu, równoległoboku, trapezu, przedstawionych na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych XIV.5) Uczeń do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody	1
4	I. Sprawność rachunkowa	[kl. VII–VIII] II.5) Uczeń mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia IV.4) Uczeń mnoży dwumian przez dwumian, dokonując redukcji wyrazów podobnych	1
5	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. VII–VIII] XIII.3) Uczeń oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb	1
6	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. VII–VIII] X.4) Uczeń znajduje środek odcinka, którego końce mają dane współrzędne (całkowite lub wymierne) oraz znajduje współrzędne drugiego końca odcinka, gdy dany jest jeden koniec i środek	1

7	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. IV–VI] IX.1) Uczeń rozpoznaje i nazywa trójkąty ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne, równoboczne i równoramienne IX.3) Uczeń stosuje twierdzenie o sumie kątów wewnętrznych trójkąta	1
8	I. Sprawność rachunkowa	[kl. VII–VIII] VII.2) Uczeń wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej	1
9	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. VII–VIII] I.2) Uczeń mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich I.4) Uczeń podnosi potęgę do potęgi	1
10	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	[kl. VII–VIII] VIII.3) Uczeń korzysta z własności prostych równoległych, w szczególności stosuje równość kątów odpowiadających i naprzemianległych VIII.5) Uczeń zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie)	1
11	IV. Rozumowanie i argumentacja	[kl. IV–VI] XI.6) Uczeń stosuje jednostki objętości i pojemności: mililitr, litr, $\text{cm}^3$ , $\text{dm}^3$ , $\text{m}^3$ [kl. VII–VIII] XI.2) Uczeń oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe	1
12	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. VII–VIII] VIII.8) Uczeń zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego)	1
13	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	[kl. IV–VI] IV.7) Uczeń zaznacza i odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej	1
14	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. IV–VI] XI.1) Uczeń oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków [kl. VII–VIII] VI.2) Uczeń rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych	1
15	IV. Rozumowanie i argumentacja	[kl. VII–VIII] IV.1) Uczeń porządkuje jednomiany i dodaje jednomiany podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym)	1

16	II. Wykorzystanie i tworzenie informacji	[kl. IV–VI] VI.2) Uczeń stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkości liczbowych i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym [kl. VII–VIII] VI.2) Uczeń rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych	2
17	IV. Rozumowanie i argumentacja	[kl. VII–VIII] XII.1) Uczeń wyznacza zbiory obiektów, analizuje i oblicza, ile jest obiektów, mających daną własność, w przypadkach niewymagających stosowania reguł mnożenia i dodawania	2
18	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. VII–VIII] XII.2) Uczeń przeprowadza proste doświadczenia losowe, polegające na rzucie monetą, rzucie sześcienną kostką do gry, rzucie kostką wielościanową lub losowaniu kuli spośród zestawu kul, analizuje je i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych	2
19	IV. Rozumowanie i argumentacja	[kl. VII–VIII] V.4) Uczeń oblicza liczbę $b$ , której $p$ procent jest równe $a$ VI.2) Uczeń rozwiązuje równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych	3
20	III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji	[kl. VII–VIII] IX.2) Uczeń stosuje wzory na pole trójkąta, prostokąta, kwadratu, równoległoboku, rombu, trapezu, a także do wyznaczania długości odcinków	3
21	IV. Rozumowanie i argumentacja	[kl. VII–VIII] XI.3) Uczeń oblicza objętości i pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe VIII.8) Uczeń zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa	3

### Schemat punktowania rozwiązań zadań zamkniętych

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Poprawna odpowiedź	C	D	PP	BD	A	B	BC	PF	D	AD	C	B	B	FP	TB

**1 pkt** – odpowiedź poprawna

**0 pkt** – odpowiedź niepoprawna lub brak odpowiedzi

## Schemat punktowania rozwiązań zadań otwartych

### UWAGA OGÓLNA

- Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przewidziana w schemacie punktowania należy przyznać zdającemu maksymalną liczbę punktów.
- Za częściowe rozwiązanie zadania inną metodą niż przewidziana w schemacie rozwiązania należy przyznać zdającemu liczbę punktów adekwatną do wykonanych czynności.
- Jeśli na jakimkolwiek etapie rozwiązania zadania popełniono jeden lub więcej błędów rachunkowych, ale zastosowane metody były poprawne, to obniżamy ocenę całego rozwiązania o 1 punkt.

### Zadanie 16. (0–2)

#### Przykładowe rozwiązanie zadania

$x$  – szukana liczba

$$\frac{2}{3}x + \frac{5}{6} = \frac{3}{4}x$$

$$x = 10$$

Odpowiedź: Szukana liczba to 10.

#### Zasady oceniania

**2 pkt** – rozwiązanie pełne – wyznaczenie szukanej liczby (10).

**1 pkt** – przedstawienie poprawnego sposobu rozwiązania zadania.

**0 pkt** – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

### Zadanie 17. (0–2)

#### Przykładowe rozwiązanie zadania

$4 \cdot 7 = 28$  – rozdzielenie po 7 uczniów na każdy z języków

$$29 - 28 = 1$$

Dwudziesty dziewięty uczeń, wybierając którykolwiek z podanych języków, był tą ósmą osobą.

#### Zasady oceniania

**2 pkt** – rozwiązanie pełne – uzasadnienie, że wśród 29 uczniów co najmniej ośmiu wybrało ten sam język.

**1 pkt** – przedstawienie poprawnego sposobu rozdzielenia po 7 uczniów na każdy z języków.

**0 pkt** – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

**Zadanie 18. (0–2)****Przykładowe rozwiązanie zadania**

$P_I$  – prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z pierwszej urny

$$P_I = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$P_{II}$  – prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z drugiej urny

$$P_{II} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Po porównaniu prawdopodobieństw otrzymujemy, że

$$P_I = \frac{3}{7} = \frac{15}{35} > \frac{14}{35} = \frac{2}{5} = P_{II}.$$

$$P_I - P_{II} = \frac{15}{35} - \frac{14}{35} = \frac{1}{35}$$

Odpowiedź: Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest większe przy losowaniu z pierwszej urny, o  $\frac{1}{35}$ .

**Zasady oceniania**

**2 pkt** – rozwiązanie pełne – porównanie prawdopodobieństw i obliczenie różnicy.

**1 pkt** – obliczenie obydwu prawdopodobieństw.

**0 pkt** – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

**Zadanie 19. (0–3)****Przykładowe rozwiązanie zadania**

Kwota, jaką dał Antek, czyli 17 zł, to 34% kosztu prezentu, zatem 1 zł to 2% kosztu prezentu. Prezent kosztował więc 50 zł.

$50 - 17 = 33$  (zł) – kwota składek Beaty i Cecylii.

$c$  – kwota (w zł), jaką dołożyła Cecylia.

$c + 13$  – kwota (w zł), jaką dołożyła Beata.

$$c + 13 + c = 33$$

$$2c = 20$$

$c = 10$  (zł) – kwota, jaką dołożyła Cecylia.

$c + 13 = 10 + 13 = 23$  (zł) – kwota, jaką dołożyła Beata.

Odpowiedź: Beata dała 23 zł, a Cecylia 10 zł.

**Zasady oceniania**

**3 pkt** – rozwiązanie pełne – obliczenie kwoty, jaką dała Beata (23 zł), i kwoty, jaką dała Cecylia (10 zł).

**2 pkt** – poprawny sposób obliczenia kwoty, jaką dała Beata, i kwoty, jaką dała Cecylia.

**1 pkt** – poprawny sposób obliczenia kosztu prezentu.

**0 pkt** – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

**Zadanie 20. (0–3)****Przykładowe rozwiązanie zadania**

Zauważamy, że

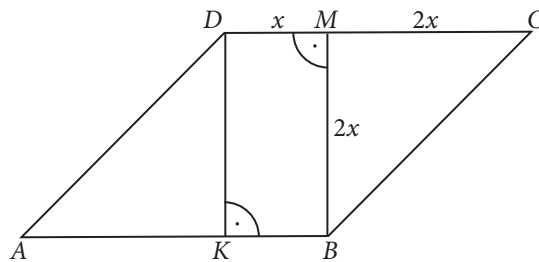
$$P_{BCM} = P_{BMDK}$$

$$\frac{1}{2}|MC| \cdot |BM| = |MD| \cdot |BM|$$

$$|MC| = 2|MD|.$$

Ponadto  $|MC| = |MB|$ , bo trójkąt  $BCM$  jest równoramienny.

Niech  $|DM| = x$ . Wówczas  $|MC| = |MB| = 2x$ .



$$P_{BCM} = \frac{1}{3}P_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$P_{BCM} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x$$

Zatem

$$\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x = 8$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Stąd } O_{BMDK} = x + 2x + x + 2x = 6x = 12 \text{ (cm)}.$$

Odpowiedź: Obwód prostokąta jest równy 12 cm.

**Zasady oceniania**

**3 pkt** – rozwiązanie pełne – obliczenie obwodu prostokąta (12 cm).

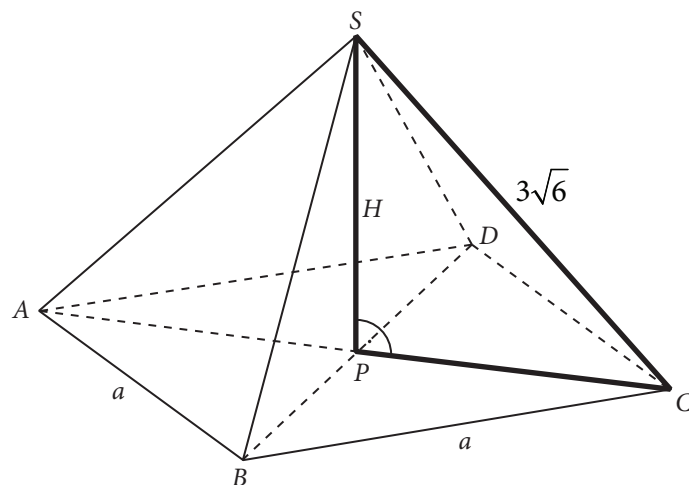
**2 pkt** – przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia długości boków prostokąta.

**1 pkt** – wyznaczenie zależności pomiędzy bokami prostokąta i bokami trójkąta.

**0 pkt** – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.

**Zadanie 21. (0–3)****Przykładowe rozwiązanie zadania**

Przyjmujemy oznaczenia jak na rysunku.



$$a^2 = 36$$

$$a = 6$$

$$|PC| = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Z twierdzenia Pitagorasa obliczamy wysokość  $H$  w trójkącie  $PCS$ .

$$H = \sqrt{(3\sqrt{6})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{54 - 18} = \sqrt{36} = 6$$

$V$  – objętość ostrosłupa

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 6 = 72$$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa jest równa 72.

**Zasady oceniania**

**3 pkt** – rozwiązanie pełne – obliczenie objętości ostrosłupa (72).

**2 pkt** – obliczenie długości wysokości ostrosłupa (6).

**1 pkt** – wyznaczenie długości krawędzi podstawy ostrosłupa (6).

**0 pkt** – rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania.