

WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI

/ POZIOM ROZSZERZONY /

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopelniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

- ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)
- ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)
- ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
- ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
- ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

I. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ** jeśli:

• podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych
• podaje dzielniki danej liczby naturalnej (proste przykłady)
• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (proste przykłady)
• rozpoznaje liczby całkowite i liczby wymierne wśród podanych liczb
• podaje przykłady liczb całkowitych i wymiernych
• odczytuje z osi liczbowej współrzędną danego punktu i odwrotnie: zaznacza punkt o podanej współrzędnej na osi liczbowej
• wykonuje działania na liczbach wymiernych
• wskazuje liczby niewymierne wśród podanych liczb
• dowodzi niewymierności liczby $\sqrt{2}$
• wskazuje wśród podanych liczb w postaci dziesiętnej liczby wymierne oraz niewymierne
• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych
• zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe
• oblicza wartość pierwiastka drugiego i trzeciego stopnia z liczby nieujemnej
• oblicza wartość pierwiastka trzeciego stopnia z liczby rzeczywistej
• oblicza wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym
• zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej
• szacuje wyniki działań (proste przykłady)
• oblicza procent danej liczby
• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego
• stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych dotyczących płac, podatków, rozliczeń bankowych (proste zadania)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ** jeśli opanował poziom (K) oraz dodatkowo:

• podaje dzielniki danej liczby naturalnej (trudniejsze przykłady)

• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przykłady)
• oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych
• przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych (proste przykłady)
• zaznacza na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej (proste przykłady)
• wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie musi być liczbą niewymierną (proste przykłady)
• przedstawia ułamki dziesiętne okresowe w postaci ułamków zwykłych (proste przykłady)
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka
• włącza czynnik pod znak pierwiastka
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach (proste przykłady)
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na pierwiastkach (proste przykłady)
• stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń (proste przykłady)
• stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych (proste przykłady)
• wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej (proste przykłady)
• szacuje wyniki działań (trudniejsze przykłady)
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
• zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent
• stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych (trudniejsze przykłady)
• wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie musi być liczbą niewymierną (trudniejsze przykłady)
• dowodzi niewymierności innych liczb, np. $\sqrt{3}$, $\sqrt{3} - 1$
• przedstawia ułamki dziesiętne okresowe w postaci ułamków zwykłych (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb rzeczywistych, stosując prawa działań na

pierwiastkach (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do obliczania wartości wyrażeń (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenia o działaniach na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych (trudniejsze przykłady)
• wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej (trudniejsze przykłady)
• stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych (trudniejsze przykłady)
• stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych dotyczących płac, podatków, rozliczeń bankowych (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **BARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb, np. „Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $n^2 + n$ jest parzysta
• zaznacza na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych dotyczących płac, podatków, rozliczeń bankowych (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

II. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony
• posługuje się pojęciami: iloczyn, suma oraz różnica zbiorów
• rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, nieograniczony
• zapisuje przedział i zaznacza go na osi liczbowej
• odczytuje i zapisuje symbolicznie przedział zaznaczony na osi liczbowej
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej (proste przykłady)
• sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności
• rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą (proste przykłady)
• zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału

• stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów
• oblicza wartość bezwzględną danej liczby (proste przykłady)
• rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną (proste przykłady)
• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną (proste przykłady)
• rozróżnia pojęcia: błąd bezwzględny, błąd względny przybliżenia

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
• opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór (proste przykłady)
• określa relację zawierania zbiorów (proste przykłady)
• wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów (proste przykłady)
• wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki (proste przykłady)
• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą (trudniejsze przykłady)
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym (proste przykłady)
• przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia (proste przykłady)
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ (proste przykłady)
• stosuje przekształcenia algebraiczne do przekształcenia równoważnego równań oraz nierówności (proste przykłady)
• usuwa niewymierność z mianownika ułamka (proste przykłady)
• oblicza wartość bezwzględną danej liczby (trudniejsze przykłady)
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną (proste przykłady)
• oblicza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia liczby
• rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną (trudniejsze przykłady)
• korzystając z własności wartości bezwzględnej, rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną (proste przykłady)
• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór (trudniejsze przykłady)
• określa relację zawierania zbiorów (trudniejsze przykłady)
• wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów (trudniejsze przykłady)
• przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach (proste przykłady)
• wyznacza dopełnienie zbioru
• wymienia liczby należące do przedziału spełniające zadane warunki (trudniejsze przykłady)
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie (proste przykłady)
• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym (trudniejsze przykłady)
• przekształca wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ (trudniejsze przykłady)
• wyprowadza wzory skróconego mnożenia
• usuwa niewymierność z mianownika ułamka
• stosuje przekształcenia algebraiczne do przekształcenia równoważnego równań oraz nierówności (trudniejsze przykłady)
• upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną (trudniejsze przykłady)
• korzystając z własności wartości bezwzględnej, rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną(trudniejsze przykłady)
• korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną (proste przykłady)
• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym (zadania o znacznym stopniu trudności)
• przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach (trudniejsze przykłady)
• wymienia liczby należące do przedziału, spełniające zadane warunki (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• usuwa niewymierność z mianownika ułamka (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej (zadania o znacznym stopniu

trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

III. FUNKCJA LINIOWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

- | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje pojęcia: funkcja, argument, dziedzina, wartość funkcji, wykres funkcji, miejsce zerowe funkcji |
| <ul style="list-style-type: none">• rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• podaje przykłady funkcji (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• opisuje funkcję różnymi sposobami (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• rozpoznaje funkcję liniową, mając dany jej wzór oraz szkicuje jej wykres (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej i wskazuje wśród danych wzorów funkcji liniowych te, których wykresy są równoległe |
| <ul style="list-style-type: none">• podaje własności funkcji liniowej danej wzorem (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza miejsce zerowe i określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza współrzędne punktów, w których wykres funkcji liniowej przecina osie układu współrzędnych oraz podaje, w których ćwiartkach układu znajduje się wykres |
| <ul style="list-style-type: none">• podaje równanie kierunkowe i ogólne prostej |
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, mając dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej |
| <ul style="list-style-type: none">• szkicuje prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• podaje warunek prostopadłości prostych o równaniach kierunkowych |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• interpretuje geometrycznie układ równań |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje układ równań metodą graficzną (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• interpretuje geometrycznie nierówności z dwiema niewiadomymi oraz pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej |
| <ul style="list-style-type: none">• zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi (proste przykłady) |

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje (trudniejsze przykłady)
• podaje przykłady funkcji (trudniejsze przykłady)
• opisuje funkcję różnymi sposobami (trudniejsze przykłady)
• rozpoznaje funkcję liniową, mając dany jej wzór oraz szkicuje jej wykres (trudniejsze przykłady)
• podaje własności funkcji liniowej danej wzorem (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia zadane warunki, np. jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej (proste przykłady)
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja ma określone własności (proste przykłady)
• zamienia równanie ogólne prostej, która nie jest równoległa do osi OY , na równanie w postaci kierunkowej (proste przykłady)
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty
• rysuje prostą opisaną równaniem ogólnym
• wyznacza wartości parametru, dla których prosta spełnia określone warunki (proste przykłady)
• szkicuje prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego (trudniejsze przykłady)
• odczytuje wartość współczynnika kierunkowego, mając dany wykres; w przypadku wykresu zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym podaje wartość prędkości (proste przykłady)
• wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt (proste przykłady)
• rozwiązuje układ równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników (trudniejsze przykłady)
• układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią
• rozwiązuje układ równań metodą graficzną (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem prostych (proste przykłady)
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi (trudniejsze przykłady)
• zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych (proste przykłady)
• przeprowadza analizę zadania z treścią, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność liniową lub wzór funkcji liniowej (proste przykłady)
• rozwiązuje ułożone przez siebie równanie, nierówność lub analizuje własności funkcji liniowej (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje (zadania o znacznym stopniu trudności)
• podaje przykłady funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• opisuje funkcję różnymi sposobami (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia zadane warunki, np. jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja ma określone własności (trudniejsze przykłady)
• zamienia równanie ogólne prostej, która nie jest równoległa do osi OY , na równanie w postaci kierunkowej (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości parametru, dla których prosta spełnia określone warunki (trudniejsze przykłady)
• szkicuje prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego (zadania o znacznym stopniu trudności)
• odczytuje wartość współczynnika kierunkowego, mając dany wykres; w przypadku wykresu zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym podaje wartość prędkości (trudniejsze przykłady)
• wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości parametru, dla których proste są prostopadłe (proste przykłady)
• rozwiązuje układ trzech równań z trzema niewiadomymi (proste przykłady)
• wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem prostych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje układ równań z parametrem oraz określa jego typ w zależności od wartości parametru (proste przykłady)
zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności z dwiema niewiadomymi (proste przykłady)
• przeprowadza analizę zadania z treścią, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność liniową lub wzór funkcji liniowej (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje ułożone przez siebie równanie, nierówność lub analizuje własności funkcji liniowej (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• odczytuje wartość współczynnika kierunkowego, mając dany wykres; w przypadku wykresu zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym podaje wartość prędkości (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyprowadza równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty
• wyznacza wartości parametru, dla których proste są prostopadłe (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia warunek prostopadłości prostych o równaniach kierunkowych
• rozwiązuje układ trzech równań z trzema niewiadomymi (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje graficznie układ równań z wartością bezwzględną
• zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności z dwiema niewiadomymi (trudniejsze przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza w układzie współrzędnych iloczyn, sumę, i różnicę zbiorów punktów opisanych nierównościami liniowymi z dwiema niewiadomymi |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

IV. FUNKCJE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji określonej nieskomplikowanym wzorem (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje pojęcie funkcji monotonicznej (rosnącej, malejącej, stałej, niemalejącej, nierosnącej) |
| <ul style="list-style-type: none"> na podstawie wykresu funkcji określa jej monotoniczność (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> stosuje pojęcia: zbiór wartości funkcji, największa i najmniejsza wartość funkcji |
| <ul style="list-style-type: none"> odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> rysuje wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> rysuje wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$ (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego |
| <ul style="list-style-type: none"> oblicza współrzędne wektora |
| <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje zależność funkcyjną umieszczoną w kontekście praktycznym, określa dziedzinę oraz zbiór wartości takiej funkcji |

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> wyznacza dziedzinę funkcji opisanej wzorem (proste przykłady) |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

• wyznacza miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji określonej nieskomplikowanym wzorem (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji przedziałami liniowej
• na podstawie wykresu funkcji określa jej monotoniczność (trudniejsze przykłady)
• rysuje wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności (proste przykłady)
• odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji (trudniejsze przykłady)
• rysuje wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ (trudniejsze przykłady)
• rysuje wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$ (trudniejsze przykłady)
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, mając dane współrzędne wektora i współrzędne jednego z punktów (proste przykłady)
• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ (proste przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (trudniejsze przykłady)
• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $ i $y = f(x)$ (proste przykłady)
• przedstawia zależności opisane w zadaniach z treścią w postaci wzoru lub wykresu(proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza dziedzinę funkcji opisanej wzorem (trudniejsze przykłady)
• wyznacza miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem (trudniejsze przykłady)
• na podstawie wykresu funkcji określa jej monotoniczność (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rysuje wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności (trudniejsze przykłady)
• odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji (trudniejsze przykłady)
• rysuje wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rysuje wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, mając dane współrzędne wektora i współrzędne jednego z punktów(trudniejsze przykłady)
• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor(trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (zadania o znacznym stopniu trudności)

• szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $ i $y = f(x)$ (trudniejsze przykłady)
• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji (proste przykłady)
• przedstawia zależności opisane w zadaniach z treścią w postaci wzoru lub wykresu(trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• wyznacza dziedzinę funkcji opisanej wzorem (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem (zadania o znacznym stopniu trudności)
• bada na podstawie definicji monotoniczność funkcji określonej wzorem
• odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• zapisuje wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przesunięcia (trudniejsze przykłady)
• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $ i $y = f(x)$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji (trudniejsze przykłady)
• przedstawia zależności opisane w zadaniach z treścią w postaci wzoru lub wykresu (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

V. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCY** jeśli :

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$
• podaje własności funkcji $f(x) = ax^2$
• szkicuje wykresy funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i podaje ich własności (proste przykłady)
• podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
• stosuje wzory skróconego mnożenia oraz zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu
• rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki (proste przykłady)
• rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych wzorów
• interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego
• definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia
• rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych
• rozumie związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego
• rozwiązuje nierówność kwadratową (proste przykłady)
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli (proste przykłady)
• stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego (o ile istnieją)
• przeprowadza analizę zadań z parametrem
• zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania (proste przykłady)
• wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania (proste przykłady)
• stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i podaje ich własności (trudniejsze przykłady)
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli) i szkicuje jej wykres (proste przykłady)
• przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, mając dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu (proste przykłady)
• rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki (trudniejsze przykłady)
• stosuje poznane wzory przy szkicowaniu wykresu funkcji kwadratowej(proste przykłady)

• zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej
• odczytuje wartości pierwiastków trójmianu podanego w postaci iloczynowej
• przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
• wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą (proste przykłady)
• podaje rozwiązanie równania pierwotnego (proste przykłady)
• rozwiązuje nierówność kwadratową (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli (trudniejsze przykłady)
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (proste przykłady)
• określa znaki pierwiastków równania kwadratowego, wykorzystując wzory Viète'a (proste przykłady)
• zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania (proste przykłady)
• wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania (proste przykłady)
• wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ do rozwiązywania zadań
• przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli) i szkicuje jej wykres (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, mając dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje poznane wzory przy szkicowaniu wykresu funkcji kwadratowej (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań
• wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą (trudniejsze przykłady)
• wyznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań kilku nierówności kwadratowych (proste przykłady)
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (trudniejsze przykłady)
• określa znaki pierwiastków równania kwadratowego, wykorzystując wzory Viète'a (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego (proste przykłady)
• zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania (trudniejsze przykłady)
• wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania (trudniejsze przykłady)

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (proste przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> stosuje poznane wzory przy szkicowaniu wykresu funkcji kwadratowej (zadania o znacznym stopniu trudności)
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań kilku nierówności kwadratowych (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (zadania o znacznym stopniu trudności)
<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> zapisuje założenia, aby zachodziły warunki podane w treści zadania (zadania o znacznym stopniu trudności)
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania (zadania o znacznym stopniu trudności)
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym (zadania o znacznym stopniu trudności)
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (trudniejsze przykłady)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> wyprowadza wzory Viète'a
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

VI. PLANIMETRIA (1)

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> podaje definicję trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów
<ul style="list-style-type: none"> podaje cechy podobieństwa trójkątów

• sprawdza, czy dane trójkąty są podobne (proste przykłady)
• oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego w danej skali (proste przykłady)
• rozumie pojęcie figur podobnych
• oblicza długości boków w wielokątach podobnych (proste przykłady)
• wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• podaje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i długość wysokości trójkąta równobocznego
• podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych danego trójkąta prostokątnego
• odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych
• rozwiązuje trójkąty prostokątne (proste przykłady)
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• podaje wzory na pole równoległoboku, rombu, trapezu
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wskazuje trójkąty przystające (proste przykłady)
• stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• sprawdza, czy dane trójkąty są podobne (trudniejsze przykłady)
• oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego w danej skali (trudniejsze przykłady)
• układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć długości brakujących boków trójkątów podobnych (proste przykłady)
• oblicza długości boków w wielokątach podobnych (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• wykorzystuje twierdzenie Talesa do podziału odcinka w podanym stosunku (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów 30° , 45° , 60°
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach (proste przykłady)

• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych (proste przykłady)
• rozwiązuje trójkąty prostokątne (proste przykłady)
• wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (proste przykłady)
• oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór do sytuacji (proste przykłady)
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wskazuje trójkąty przystające (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego w danej skali (zadania o znacznym stopniu trudności
• układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć długości brakujących boków trójkątów podobnych (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza długości boków w wielokątach podobnych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje twierdzenie Talesa do podziału odcinka w podanym stosunku (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie Pitagorasa do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego (proste przykłady)
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje trójkąty prostokątne (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich (trudniejsze przykłady)
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi (proste przykłady)
• oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór do sytuacji (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów (proste przykłady)
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć długości brakujących boków trójkątów podobnych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje zależności między polami i obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje twierdzenie Talesa do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje trójkąty prostokątne (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne (zadania o znacznym stopniu trudności)
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCA**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństw figur

VII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
• oblicza odległość punktu od prostej
• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie (proste przykłady)
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt (proste przykłady)
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, obliczając odległości ich środków oraz na podstawie rysunku (proste przykłady)
• określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z długością promienia okręgu
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia (proste przykłady)
• sprawdza, czy dany punkt należy do danego koła
• opisuje w układzie współrzędnych koło
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• wykonuje działania na wektorach (proste przykłady)
• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka (proste przykłady)
• konstruuje figury jednokładne
• wskazuje figury osiowosymetryczne
• wyznacza współrzędne punktów w symetrii względem danej prostej (proste przykłady)
• wskazuje figury środkowosymetryczne
• wyznacza współrzędne punktów w symetrii względem danego punktu (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• oblicza obwód wielokąta, mając dane współrzędne jego wierzchołków (proste przykłady)
• oblicza odległość między prostymi równoległymi

• stosuje wzór na odległość punktu od prostej w zadaniach z geometrii analitycznej (proste przykłady)
• stosuje związek między współczynnikiem kierunkowym a kątem nachylenia prostej do osi OX (proste przykłady)
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie (trudniejsze przykłady)
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt (trudniejsze przykłady)
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, obliczając odległości ich środków oraz na podstawie rysunku (trudniejsze przykłady)
• dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne (proste przykłady)
• korzysta z własności stycznej do okręgu (proste przykłady)
• wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu (proste przykłady)
• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia (trudniejsze przykłady)
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (proste przykłady)
• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego (proste przykłady)
• sprawdza, czy wektory mają ten sam kierunek i zwrot
• stosuje działania na wektorach i ich interpretację geometryczną w zadaniach (proste przykłady)
• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka (trudniejsze przykłady)
• stosuje wektory do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• wyznacza współrzędne punktów w danej jednokładności
• stosuje własności jednokładności w zadaniach (proste przykłady)
• wyznacza współrzędne punktów w symetrii względem danej prostej (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach (proste przykłady)
• wyznacza współrzędne punktów w symetrii względem danego punktu (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności symetrii środkowej w zadaniach (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza obwód wielokąta, mając dane współrzędne jego wierzchołków (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzór na odległość między punktami do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków (proste przykłady)
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej w zadaniach z geometrii analitycznej (trudniejsze przykłady)
• stosuje związek między współczynnikiem kierunkowym a kątem nachylenia prostej do osi OX (trudniejsze przykłady)
• wyznacza kąt między prostymi (proste przykłady)
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu (proste przykłady)

• wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg (proste przykłady)
• stosuje równanie okręgu w zadaniach (proste przykłady)
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów, obliczając odległości ich środków oraz na podstawie rysunku (zadania o znacznym stopniu trudności)
• dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne (trudniejsze przykłady)
• korzysta z własności stycznej do okręgu (trudniejsze przykłady)
• wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu (trudniejsze przykłady)
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (trudniejsze przykłady)
• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego (trudniejsze przykłady)
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny (proste przykłady)
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory spełniające określone warunki (proste przykłady)
• stosuje działania na wektorach i ich interpretację geometryczną w zadaniach (trudniejsze przykłady)
• stosuje wektory do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności jednokładności w zadaniach (trudniejsze przykłady)
• wyznacza współrzędne punktów w symetrii względem danej prostej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza współrzędne punktów w symetrii względem danego punktu (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności symetrii środkowej w zadaniach (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• stosuje wzór na odległość między punktami do rozwiązywania zadań dotyczących równoległoboków (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzór na odległość punktu od prostej w zadaniach z geometrii analitycznej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza kąt między prostymi (trudniejsze przykłady)
• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartość parametru tak, aby równanie opisywało okrąg (trudniejsze przykłady)
• stosuje równanie okręgu w zadaniach (trudniejsze przykłady)
• stosuje układy równań drugiego stopnia do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności stopnia drugiego (zadania o znacznym stopniu trudności)
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny (trudniejsze przykłady)
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory spełniające określone warunki (trudniejsze przykłady)
• stosuje działania na wektorach i ich interpretację geometryczną w zadaniach (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wektory do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności jednokładności w zadaniach (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej
• wykorzystuje działania na wektorach do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

VIII. WIELOMIANY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• rozróżnia wielomian, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu (proste przykłady)
• wyznacza sumę wielomianów
• wyznacza różnicę wielomianów
• określa stopień sumy i różnicy wielomianów (proste przykłady)
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• wyznacza iloczyn danych wielomianów (proste przykłady)
• wyłącza wskazany czynnik przed nawias
• stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki
• stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki (proste przykłady)
• rozwiązuje równania wielomianowe (proste przykłady)
• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej (proste przykłady)
• podaje przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastki (proste przykłady)
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia (proste przykłady)

• wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe (proste przykłady)
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki (proste przykłady)
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami wymiernymi wielomianu
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, mając dany wielomian w postaci iloczynowej
• bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność, znając stopień wielomianu i jego pierwiastek (proste przykłady)
• rozwiązuje równanie wielomianowe, mając dany jego jeden pierwiastek i znając jego krotność (proste przykłady)
• szkicuje wykresy wielomianów stopnia pierwszego i drugiego
• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową (proste przykłady)
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu (proste przykłady)
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków) (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu (trudniejsze przykłady)
• sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki (trudniejsze przykłady)
• określa stopień sumy i różnicy wielomianów (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
• zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia (proste przykłady)
• stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki (proste przykłady)
• rozwiązuje równania wielomianowe (proste przykłady)
• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej (proste przykłady)

• podaje przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastki (proste przykłady)
• dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$ (proste przykłady)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe (trudniejsze przykłady)
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu i wyznacza pozostałe pierwiastki (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia (proste przykłady)
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu (proste przykłady)
• bada, czy wielomian ma inne pierwiastki oraz określa ich krotność, znając stopień wielomianu i jego pierwiastek (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równanie wielomianowe, mając dany jego jeden pierwiastek i znając jego krotność (trudniejsze przykłady)
• podaje przykłady wielomianów, znając ich stopień oraz pierwiastki i ich krotność
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych (proste przykłady)
• szkicuje wykres wielomianu, mając daną jego postać iloczynową (trudniejsze przykłady)
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu (trudniejsze przykłady)
• podaje wzór wielomianu, mając dany współczynnik przy najwyższej potęgde oraz szkic wykresu
• szkicuje wykres danego wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu, mając dane warunki (trudniejsze przykłady)
• wyznacza iloczyn danych wielomianów (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wielomian do opisanie pola powierzchni prostopadłościanu i określa jego dziedzinę
• porównuje wielomiany dane w postaci iloczynu innych wielomianów
• zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia (trudniejsze przykłady)
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów (proste przykłady)
• stosuje wzory na sumę i różnicę sześciąt do rozkładu wielomianu na czynniki (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania wielomianowe (trudniejsze przykłady)
• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej (trudniejsze przykłady)
• podaje przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastki (trudniejsze przykłady)
• dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$ (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe (zadania o znacznym stopniu trudności)
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia (trudniejsze przykłady)

• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki (proste przykłady)
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w zadaniach różnych typów (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych (trudniejsze przykłady)
• podaje wzór wielomianu, mając dany współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres danego wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu (trudniejsze przykłady)
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka (trudniejsze przykłady)
• stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania tekstowe (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów (trudniejsze przykłady)
• rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
• rozwiązuje równania wielomianowe (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza punkty przecięcia się wykresu wielomianu i prostej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• podaje przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastki (zadania o znacznym stopniu trudności)
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, mając określone warunki (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w zadaniach różnych typów (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• podaje wzór wielomianu, mając dany współczynnik przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykres danego wielomianu, wyznaczając jego pierwiastki (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania tekstowe (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów
• przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta
• przeprowadza dowody twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu

IX. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• wyznacza asymptoty wykresu powyższej funkcji
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji
• wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$
• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $y = f(x)$, aby otrzymać wykres funkcji $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$ (proste przykłady)
• wyznacza dziedzinę iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych (proste przykłady)
• mnoży wyrażenia wymierne (proste przykłady)
• dzieli wyrażenia wymierne (proste przykłady)
• wyznacza dziedzinę sumy i różnicy wyrażeń wymiernych
• dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne (proste przykłady)
• rozwiązuje równania wymierne i podaje odpowiednie założenia (proste przykłady)
• odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej

• rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia (proste przykłady)
• określa dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem (proste przykłady)
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze (proste przykłady)
• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $y = f(x)$, aby otrzymać wykres funkcji $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$ (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki (proste przykłady)
• wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem (proste przykłady)
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej (proste przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności (proste przykłady)
• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (proste przykłady)
• wyznacza dziedzinę iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych (trudniejsze przykłady)
• mnoży wyrażenia wymierne (trudniejsze przykłady)
• dzieli wyrażenia wymierne (trudniejsze przykłady)
• dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne (trudniejsze przykłady)
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych (proste przykłady)
• rozwiązuje równania wymierne i podaje odpowiednie założenia (trudniejsze przykłady)
• stosuje równania wymierne w zadaniach różnych typów (proste przykłady)
• rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia (trudniejsze przykłady)
• stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji homograficznych (proste przykłady)
• rozwiązuje graficznie nierówności wymierne (proste przykłady)
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych (proste przykłady)

• określa dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem (trudniejsze przykłady)
• podaje wzór funkcji wymiernej spełniającej określone warunki (proste przykłady)
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych (proste przykłady)
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących szybkości (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, w podanym zbiorze (trudniejsze przykłady)
• wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $y = f(x)$, aby otrzymać wykres funkcji $g(x) = \frac{a}{x-p} + q$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki(trudniejsze przykłady)
• wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania, stosując własności hiperboli (proste przykłady)
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności (trudniejsze przykłady)
• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (proste przykłady)
• wyznacza dziedzinę iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• mnoży wyrażenia wymierne (zadania o znacznym stopniu trudności)

• dzieli wyrażenia wymierne (zadania o znacznym stopniu trudności)
• dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne (zadania o znacznym stopniu trudności)
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania wymierne i podaje odpowiednie założenia (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje równania wymierne w zadaniach różnych typów (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji homograficznych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje graficznie nierówności wymierne (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych (trudniejsze przykłady)
• podaje wzór funkcji wymiernej spełniającej określone warunki (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej (proste przykłady)
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych (trudniejsze przykłady)
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki (proste przykłady)
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących szybkości (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania, stosując własności hiperboli (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x) $, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją homograficzną i opisuje jej własności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje układy nierówności wymiernych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki (trudniejsze przykłady)

- | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (zadania o znacznym stopniu trudności) |
| • wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących szybkości (zadania o znacznym stopniu trudności) |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji i wyrażeń wymiernych |
| • przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ oraz podaje jej własności |

X. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

- | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| • zaznacza kąt w układzie współrzędnych |
| • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu |
| • określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta |
| • określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (proste przykłady) |
| • zaznacza w układzie współrzędnych kąt o danej mierze |
| • wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia (proste przykłady) |
| • zamienia miarę stopniową na łukową i odwrotnie |
| • szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale |
| • szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale |
| • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych $y = f(x - p) + r$ i określa ich własności (proste przykłady) |
| • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych |
| • stosuje tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach |
| • wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów (proste przykłady) |

<ul style="list-style-type: none"> • zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$, gdzie $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $\alpha \in (0; 90^\circ)$
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania trygonometryczne (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówności trygonometryczne (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • określa, w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kąt, mając dany punkt należący do jego końcowego ramienia (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów, mając daną ich miarę stopniową (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kąt, mając daną wartość jego jednej funkcji trygonometrycznej (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów, mając daną ich miarę łukową (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji sinus i cosinus do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania typu $\sin x = a$ i $\cos x = a$ (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje własności funkcji tangens i cotangens do obliczenia wartości tych funkcji dla danego kąta (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania typu $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych $y = f(x - p) + r$ i określa ich własności (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych oraz symetrię względem początku układu współrzędnych (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (proste przykłady)

• szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności (proste przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (proste przykłady)
• stosuje wykresy funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań (proste przykłady)
• dowodzi tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia (proste przykłady)
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich (proste przykłady)
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego (proste przykłady)
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych
• rozwiązuje równania trygonometryczne (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje nierówności trygonometryczne (trudniejsze przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta (trudniejsze przykłady)
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów, mając daną ich miarę stopniową (trudniejsze przykłady)
• wyznacza kąt, mając daną wartość jego jednej funkcji trygonometrycznej (trudniejsze przykłady)
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów, mając daną ich miarę łukową (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje własności funkcji sinus i cosinus do obliczenia wartości tej funkcji dla danego kąta (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania typu $\sin x = a$ i $\cos x = a$ (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje własności funkcji tangens i cotangens do obliczenia wartości tych funkcji dla danego kąta (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania typu $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności (trudniejsze przykłady)

• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $ oraz $y = f(x)$, gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną i określa ich własności (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (trudniejsze przykłady)
• stosuje wykresy funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań (trudniejsze przykłady)
• dowodzi tożsamości trygonometryczne, podając odpowiednie założenia (trudniejsze przykłady)
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego (trudniejsze przykłady)
• stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych (proste przykłady)
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych (proste przykłady)
• rozwiązuje równania trygonometryczne (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje nierówności trygonometryczne (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje równania typu $\sin x = a$ i $\cos x = a$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• sprawdza parzystość funkcji (proste przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będące efektem wykonania kilku operacji oraz określa ich własności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wykresy funkcji trygonometrycznych do rozwiązywania równań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym również do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych (trudniejsze przykłady)

• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania trygonometryczne (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje nierówności trygonometryczne (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• sprawdza parzystość funkcji (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych

XI. CIĄGI

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów (proste przykłady)
• szkicuje wykres ciągu (proste przykłady)
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów (proste przykłady)
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym (proste przykłady)
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki (proste przykłady)
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy (proste przykłady)
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie (proste przykłady)
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będący wynikiem wykonania działań na danych ciągach (proste przykłady)
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę (proste przykłady)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (proste przykłady)
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz (proste przykłady)

• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (proste przykłady)
• oblicza wysokość kapitału, przy różnym okresie kapitalizacji (proste przykłady)
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę (proste przykłady)
• podaje granicę ciągu $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$ oraz ciągu $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy (proste przykłady)
• wie, że ciągi $a_n = q^n$, gdy $q > 1$ oraz ciągi $a_n = n^k$, gdy $k > 0$ są rozbieżne do ∞
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres ciągu (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów (trudniejsze przykłady)
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym (trudniejsze przykłady)
• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy (trudniejsze przykłady)
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny (proste przykłady)
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będący wynikiem wykonania działań na danych ciągach (trudniejsze przykłady)
• bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów (proste przykłady)
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego (proste przykłady)
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego (proste przykłady)
• sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (proste przykłady)
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny (proste przykłady)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (trudniejsze przykłady)

• stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych (proste przykłady)
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym (proste przykłady)
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego (proste przykłady)
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny (proste przykłady)
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach (proste przykłady)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza wysokość kapitału, przy różnym okresie kapitalizacji (trudniejsze przykłady)
• oblicza oprocentowanie lokaty (proste przykłady)
• określa okres oszczędzania (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z kredytami (proste przykłady)
• bada na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę i w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę (trudniejsze przykłady)
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość (proste przykłady)
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy (trudniejsze przykłady)
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby (proste przykłady)
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych (proste przykłady)
• oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych (proste przykłady)
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny (trudniejsze przykłady)
• oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego (proste przykłady)
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki (proste przykłady)
• dowodzi monotoniczności ciągów określonych wzorami postaci: $b_n = ca_n + d$ oraz $b_n = a_n^2$, gdzie (a_n) jest ciągiem monotonicznym, zaś $c, d \in \mathbf{R}$ (proste przykłady)
• wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu (proste przykłady)

• wyznacza wzór ogólny ciągu, będący wynikiem wykonania działań na danych ciągach (zadania o znacznym stopniu trudności)
• bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego (trudniejsze przykłady)
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego (trudniejsze przykłady)
• sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego (proste przykłady)
• sprawdza, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym (trudniejsze przykłady)
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego (trudniejsze przykłady)
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• oblicza oprocentowanie lokaty (trudniejsze przykłady)
• określa okres oszczędzania (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z kredytami (trudniejsze przykłady)
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość (trudniejsze przykłady)
• bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych (trudniejsze przykłady)
• oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki (trudniejsze przykłady)
• dowodzi monotoniczności ciągów określonych wzorami postaci: $b_n = ca_n + d$ oraz $b_n = a_n^2$, gdzie (a_n) jest ciągiem monotonicznym, zaś $c, d \in \mathbf{R}$ (trudniejsze przykłady)

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego (trudniejsze przykłady)
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• dowodzi monotoniczności ciągów określonych wzorami postaci: $b_n = ca_n + d$ oraz $b_n = a_n^2$, gdzie (a_n) jest ciągiem monotonicznym, zaś $c, d \in \mathbf{R}$ (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności, dotyczące ciągów
• oblicza granice ciągu, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach

XII. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu (proste przykłady)
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (proste przykłady)
• wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji (proste przykłady)
• sprawdza ciągłość funkcji w punkcie (proste przykłady)
• korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie (proste przykłady)
• korzysta ze wzorów do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania wartości pochodnej w punkcie oraz do wyznaczania funkcji pochodne (proste przykłady)
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (proste przykłady)
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji (proste przykłady)
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu (proste przykłady)
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający jego istnienia (proste przykłady)
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym (proste przykłady)
• zna schemat badania własności funkcji
• bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli (proste przykłady)
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie (proste przykłady)
• oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie (proste przykłady)

• wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji (proste przykłady)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (trudniejsze przykłady)
• wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji (trudniejsze przykłady)
• sprawdza ciągłość funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• sprawdza ciągłość funkcji (proste przykłady)
• stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym (proste przykłady)
• korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie (proste przykłady)
• oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX (proste przykłady)
• korzysta ze wzorów do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie (trudniejsze przykłady)
• wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki (proste przykłady)
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania wartości pochodnej w punkcie oraz do wyznaczania funkcji pochodne (trudniejsze przykłady)
• stosuje wzory na pochodne do rozwiązywania zadań dotyczących stycznej do wykresu funkcji (proste przykłady)
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (trudniejsze przykłady)
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze (proste przykłady)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna (proste przykłady)
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu (trudniejsze przykłady)
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający jego istnienia (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie (proste przykłady)
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (proste przykłady)
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym (trudniejsze przykłady)
• stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (proste przykłady)
• bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (trudniejsze przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu (zadania o znacznym stopniu trudności)
• uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicz granice niewłaściwe funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji (trudniejsze przykłady)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• sprawdza ciągłość funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• sprawdza ciągłość funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
•
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze (proste przykłady)
• stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym (trudniejsze przykłady)
• korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie (trudniejsze przykłady)
• oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie (proste przykłady)
• korzysta ze wzorów do wyznaczenia funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki (trudniejsze przykłady)
• na podstawie definicji wyprowadza wzory na pochodne funkcji (proste przykłady)
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania wartości pochodnej w punkcie oraz do wyznaczania funkcji pochodnej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzory na pochodne do rozwiązywania zadań dotyczących stycznej do wykresu funkcji (trudniejsze przykłady)
• stosuje pochodną do wyznaczenia prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał (zadania o znacznym stopniu trudności)

• korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze (trudniejsze przykłady)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza ekstrema funkcji stosując warunek konieczny i wystarczający jego istnienia (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie (trudniejsze przykłady)
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (trudniejsze przykłady)
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (trudniejsze przykłady)
• bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicz granice niewłaściwe funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza granice funkcji w nieskończoności (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• sprawdza ciągłość funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub zbiorze (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym (zadania o znacznym stopniu trudności)

• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczenia współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX (zadania o znacznym stopniu trudności)
• uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie (trudniejsze przykłady)
• wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki (zadania o znacznym stopniu trudności)
• na podstawie definicji wyprowadza wzory na pochodne funkcji (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania wartości pochodnej w punkcie oraz do wyznaczania funkcji pochodnej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzory na pochodne do rozwiązywania zadań dotyczących stycznej do wykresu funkcji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna (zadania o znacznym stopniu trudności)
• uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli (zadania o znacznym stopniu trudności)
• szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności, dotyczące rachunku różniczkowego

XIII. PLANIMETRIA (2)

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• podaje wzory na długość okręgu i długość łuku okręgu oraz wzory na pole koła i pole wycinka koła
• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu (proste przykłady)

• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt(proste przykłady)
• określa własności czworokątów
• stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii (proste przykłady)
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg (proste przykłady)
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• stosuje poznane wzory do obliczania pól i obwodów figur (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące wielokąta wpisanego w okrąg (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt (trudniejsze przykłady)
• stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii (trudniejsze przykłady)
• sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym(proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje poznane wzory do obliczania pól i obwodów figur (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania dotyczące wielokąta wpisanego w okrąg (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt(zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności czworokątów wypukłych do rozwiązywania zadań z planimetrii (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDO DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• stosuje poznane wzory do obliczania pól i obwodów figur (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania dotyczące wielokąta wpisanego w okrąg (zadania o znacznym stopniu trudności)
• formułuje i dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu (proste przykłady)
• stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zdań o kontekście praktycznym (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCA**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• formułuje i dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu (trudniejsze przykłady)
• przekształca wzory na pole trójkąta i udowadnia je (trudniejsze przykłady)

• dowodzi twierdzenia dotyczące okręgu wpisanego w wielokąt
• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów
• przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów
• rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym stopniu trudności

XIV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• wypisuje wyniki danego doświadczenia (proste przykłady)
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek (proste przykłady)
• przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia (proste przykłady)
• wypisuje permutacje danego zbioru
• oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru
• przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń (proste przykłady)
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami (proste przykłady)
• oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$
• oblicza liczbę kombinacji (proste przykłady)
• wypisuje k -elementowe kombinacje danego zbioru (proste przykłady)
• wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek (proste przykłady)
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• określa przestrzeń zdarzeń elementarnych (proste przykłady)
• podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu (proste przykłady)
• określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne (proste przykłady)
• wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się (proste przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując definicję klasyczną prawdopodobieństwa (proste przykłady)

• stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń (proste przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe (proste przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite (proste przykłady)
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wypisuje wyniki danego doświadczenia (trudniejsze przykłady)
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek (trudniejsze przykłady)
• przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza liczbę kombinacji (trudniejsze przykłady)
• wypisuje k -elementowe kombinacje danego zbioru (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• określa przestrzeń zdarzeń elementarnych (trudniejsze przykłady)
• podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu (trudniejsze przykłady)
• określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne (trudniejsze przykłady)
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych (proste przykłady)
• wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się (trudniejsze przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując definicję klasyczną prawdopodobieństwa(trudniejsze przykłady)
• stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (proste przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe (trudniejsze przykłady)

• oblicza prawdopodobieństwo całkowite (trudniejsze przykłady)
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa (trudniejsze przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek (zadania o znacznym stopniu trudności)
• przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• oblicza liczbę kombinacji (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych (trudniejsze przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując definicję klasyczną prawdopodobieństwa (trudniejsze przykłady)
• stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń (trudniejsze przykłady)
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń (trudniejsze przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania potrzebnych wielkości (proste przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite (zadania o znacznym stopniu trudności)
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)

• wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując definicję klasyczną prawdopodobieństwa (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń (proste przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania potrzebnych wielkości (trudniejsze przykłady)
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczania współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń (trudniejsze przykłady)
• sprawdza niezależność zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń

XV. STATYSTYKA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych
• oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby (proste przykłady)
• wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby(proste przykłady)
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych (proste przykłady)
• oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań (proste przykłady)
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych (trudniejsze przykłady)
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby (proste przykłady)
• oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami (trudniejsze przykłady)
• stosuje średnią ważoną do rozwiązywania zadań (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych na inne sposoby (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby (trudniejsze przykłady)
• stosuje średnią ważoną do rozwiązywania zadań (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• wykorzystuje średnią arytmetyczną do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• wykorzystuje medianę i dominantę do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby (zadania o znacznym stopniu trudności)

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje średnią ważoną do rozwiązywania zadań (zadania o znacznym stopniu trudności) |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none">• porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |

XVI. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

- | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza pierwiastek n-tego stopnia |
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych |
| <ul style="list-style-type: none">• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów |
| <ul style="list-style-type: none">• sprawdza, czy punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej |
| <ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności |
| <ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• oblicza logarytm danej liczby |
| <ul style="list-style-type: none">• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami (proste przykłady) |
| <ul style="list-style-type: none">• wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej |
| <ul style="list-style-type: none">• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności |

<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji wykładniczej $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór funkcji logarytmicznej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji logarytmicznej typu $f(x) = \log_a(x - p) + q$
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji logarytmicznej $y = f(x)$ (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń (proste przykłady)

• rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej (proste przykłady)
• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń (trudniejsze przykłady)
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej (trudniejsze przykłady)
• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń (proste przykłady)
• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje proste nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu (proste przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji logarytmicznej $y = f(x)$ (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń (proste przykłady)
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej (proste przykłady)
• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym (trudniejsze przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń (trudniejsze przykłady)
• dowodzi twierdzenia o logarytmach(proste przykłady)
• wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu (trudniejsze przykłady)
• szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x) $, $y = f(x)$, mając dany wykres funkcji logarytmicznej $y = f(x)$ (zadania o znacznym stopniu trudności)

• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z własności funkcji logarytmicznej (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej
• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym (zadania o znacznym stopniu trudności)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• dowodzi twierdzenia o logarytmach (trudniejsze przykłady)
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczych i logarytmicznych

XVII. STEREOMETRIA

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOPUSZCZAJĄCĄ**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę (proste przykłady)
• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu
• sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie ścian, krawędzi, wierzchołków (proste przykłady)
• wskazuje elementy charakterystyczne graniastosłupa
• rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (proste przykłady)
• oblicza objętość graniastosłupa prostego (proste przykłady)
• określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi ostrosłupa
• wskazuje elementy charakterystyczne ostrosłupa (proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę (proste przykłady)
• rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment (proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej ostrosłupa (proste przykłady)
• oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego (proste przykłady)

• wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną (proste przykłady)
• wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami ostrosłupa a płaszczyzną jego podstawy (proste przykłady)
• wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów
• wskazuje przekroje graniastosłupa (proste przykłady)
• wskazuje przekroje ostrosłupa (proste przykłady)
• wskazuje elementy charakterystyczne walca
• zaznacza przekrój osiowy walca
• oblicza pole powierzchni całkowitej walca (proste przykłady)
• oblicza objętość walca (proste przykłady)
• wskazuje elementy charakterystyczne stożka
• zaznacza przekrój osiowy i kąt rozwarcia stożka
• oblicza pole powierzchni całkowitej stożka (proste przykłady)
• oblicza objętość stożka (proste przykłady)
• wskazuje elementy charakterystyczne kul i(proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość (proste przykłady)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOSTATECZNĄ**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę (trudniejsze przykłady)
• sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie ścian, krawędzi, wierzchołków (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa prostego (proste przykłady)
• oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa (proste przykłady)
• oblicza objętość graniastosłupa prostego (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa (proste przykłady)
• wskazuje elementy charakterystyczne ostrosłupa (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę (trudniejsze przykłady)
• rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej ostrosłupa (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa (proste przykłady)
• oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego (trudniejsze przykłady)

• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa (proste przykłady)
• wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną (trudniejsze przykłady)
• wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami ostrosłupa a płaszczyzną jego podstawy (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (proste przykłady)
• wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego (proste przykłady)
• wskazuje przekroje graniastosłupa (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole danego przekroju (proste przykłady)
• wskazuje przekroje ostrosłupa (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole danego przekroju (proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni całkowitej walca (trudniejsze przykłady)
• oblicza objętość walca (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca (proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni całkowitej stożka (trudniejsze przykłady)
• oblicza objętość stożka (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka (proste przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka (proste przykłady)
• wskazuje elementy charakterystyczne kuli (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości (proste przykłady)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **DOBRA**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni (proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa prostego (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej ostrosłupa (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa (trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa (trudniejsze przykłady)
• wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną(zadania o znacznym stopniu trudności)

• wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami ostrosłupa a płaszczyzną jego podstawy (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną(trudniejsze przykłady)
• wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów(trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole przekroju graniastosłupa (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów graniastosłupa(proste przykłady)
• oblicza pole przekroju ostrosłupa (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa (proste przykłady)
• oblicza pole powierzchni całkowitej walca(zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza objętość walca(zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca(trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni całkowitej stożka (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza objętość stożka(zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka(trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość(zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości(trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące brył opisanych na kuli (proste przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych i opisanych (proste przykłady)

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **DARDZO DOBRĄ**, jeśli opanował poziomy (K) - (R) oraz dodatkowo:

• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni(trudniejsze przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa(zadania o znacznym stopniu trudności)
• uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych graniastosłupów(proste przykłady)
• oblicza objętość graniastosłupa pochyłego (proste przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów (proste przykłady)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa(zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa(zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną(zadania o znacznym stopniu trudności)

• wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów(zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego (zadania o znacznym stopniu trudności)
• oblicza pole przekroju graniastosłupa(zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów graniastosłupa (trudniejsze przykłady)
• oblicza pole przekroju ostrosłupa (zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca(zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca
• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka(zadania o znacznym stopniu trudności)
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka (zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka
• stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości(zadania o znacznym stopniu trudności)
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli
• rozwiązuje zadania dotyczące brył opisanych na kuli (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych w kulę (trudniejsze przykłady)
• rozwiązuje zadania dotyczące brył wpisanych i opisanych(trudniejsze przykłady)

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **CELUJĄCĄ**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych